経済論叢（京都大学）第171巻第4号，2003年4月

製品の品質と消費者の選好の共進化

依　田　高　典

I 序　　論[1]

技術革新を生み出すメカニズムを研究し，その累積的プロセス・ロックイン・経路依存性などを分析する学問が進化経済学である[2]。進化経済学における重要な概念は集団論的思考方法（population thinking）である（cf. Mayr [1959], Metcalfe [1998]）。それによると，集団の属性の多様性こそが進化的変化の必要要件である。そして，平均・分散・共分散のような属性の統計的モメントとそれらの変化率によって，進化率とその方向性が測定される。本論文の目的は，集団論的思考方法に基づき，技術革新の進化的発展を考察することである。

さて，技術革新の普及過程は，しばしば立上がり問題（startup problem）と表現される[3]。立上がり問題は，需給の間の鶏と卵の問題である。企業は，

1) 本論文は，Ida "On the Coevolution of the Product Quality and the Consumer Preferences," *Graduate School of Economics, Kyoto University, Working Paper*, No. 66, 2003 を増補した上で日本語に書き改めたものである。

2) マーシャル（Marshall）・ヴェブレン（Veblen）・シュンペーター（Schumpeter）・アルチャン（Alchian）のような古典的進化経済学者を継いで，多数の現代進化経済学者が登場している。例えば，Nelson and Winter [1984], Dosi et al. [1988], Hodgson [1994], Witt [1993], Anderson [1994], Freeman [1982], Antonelli and De Liso [1997], Andersen [2001] 等を列挙することができる。Grupp [1998] によれば，進化経済学には3つの仮定が存在する。第一に，限定合理性しか持たないプレーヤーがミクロ・レベルで相互作用すること。第二に，経済活動は均衡に至るとは限らず，それ故不均衡状態にあること。第三に，市場やその他の制度が選択メカニズムを決定すること。

3) 技術革新の定義とは，案外と難しい問題である。Sundbo [1998] によれば，技術革新のタイプには，(1) 新しい製品・サービス，(2) 新しい製造過程，(3) 新しい経営組織，(4) 新しいマーケティングや市場行動がある。

将来十分な需要がないならば，新技術・新サービスを供給しないし，消費者は，将来十分な供給がないならば，それらを需要しないだろう。果たして，新技術・新サービスが普及するためには，先だって需要が必要だろうか，それとも供給が必要だろうか。答えは両方の相互作用が必要というものである。

技術革新の導入をめぐって多くの失敗事例がある。第一に，技術的にはほとんど完成していながら，需要が十分に喚起されず，離陸できずに終わった新技術や新サービスがある。例えば，AT & T の Picturephone，フランス・テレコムの Minitels，NTT の N-ISDN などである（cf. Rohlfs [2001]）。第二に，潜在的な需要は十分に存在していながら，技術的困難が解決されず，陽の目を浴びていない新技術や新サービスがある。例えば，初期の電気自動車，リニア・モーターカー，石油の代替エネルギーなどである。

しかし，数は少ないが印象的な成功事例もある。需給の成功した相互作用とは次のようなものである。消費者は高い品質の新技術や新サービスを求める不断の傾向がある。消費者の強いニーズにこたえて，画期的な新技術や新サービスが供給される。予算制約の範囲内で消費者は喜んで高い品質の製品を購入するので，高い品質の製品の開発に成功した企業は市場の競争を生き残ることができ，企業はもっと高い品質の製品を開発しようとするだろう。他方で，高い品質を好む消費者のニーズは満たされ，消費者はさらなる技術やサービスの向上を要求するようになる。その結果，長期にわたって，技術やサービスの質の向上が誘発されていく。例えば，コンピューターの MPU の性能やデータ通信の広帯域化などがある。成功した新技術・新サービスの発展をうまく表現する仮説にメトカーフの法則（Metcalfe's Law）とムーアの法則（Moore's Law）がある。メトカーフの法則とはネットワークの需要側の価値が利用者の二乗に比例して大きくなることを表し，ムーアの法則とはコンピューターの対価格あたりの性能は18ヵ月毎に二倍となることを表す。もちろんそれらは厳密な意味で学術的な法則ではないが，ある意味で情報通信サービスの需給の成功した共進化を表している。

新技術・新サービスの自己補強的な共進化プロセスを，集団遺伝学のフレームワーク（cf. Falconer [1981], Lande [1981], Bulmer [1985], Iwasa et al. [1991]）に従って，説明することは興味深い。集団遺伝学におけるフィッシャーの法則は，高次の統計的モメントを用いた，適合度の相対頻度の移動法則を表現している。フィッシャーの法則（Fisher's Law）を経済学に応用した研究には，Metcalfe [1998] がある。Metcalfe [1998] は次のようにまとめられる。組織の異なる企業形態により，異なった技術変化率とその方向性が決定される。価格あたりの費用と品質から平均技術を定義すると，製品と技術の相対的経済ウェイトはそれらの平均からの乖離に応じて変化していく。また,「ランナウェイ効果（runaway effect）」（cf. Fisher [1915]）と呼ばれる自然淘汰プロセスは示唆に富む。雌クジャクが尾の長い雄クジャクを好む傾向があると，長い尾を持つ雄はより多くの交尾を持てる結果，その息子も長い尾を持つ傾向が出る。その息子もより多くの交尾を持ち，沢山の子孫繁殖に成功できるので，雌の尾の長い雄を好む傾向も間接的に強まっていく。ランナウェイ効果の論理は，需給の共進化と類似している。本論文では，フィッシャーにならって，需給が共進化することもランナウェイ効果と呼ぼう。

本論文の主要な結論は以下の通りである。第一に，需給のマッチング・モデルから，製品の品質を重視する消費者が市場で品質の高い製品を発見すると，その消費者はその製品を必ず購入することが判る。第二に，高い品質の企業の高い生存率と品質を高めるための費用を双方とも考慮に入れると，ランナウェイ効果をうまく説明できる。第三に，高すぎる選好を持った消費者の悲劇を考慮に入れると，ランナウェイ効果は消失してしまう。第四に，パワーユーザーや生存率の負のバイアスを考慮に入れると，ランナウェイ効果を回復できる。このように，本論文では，様々な条件における諸ランナウェイ効果を検討し，幾つかの興味深い命題を提示する。

本論文の構成は以下の通りである。第Ⅱ節では，マッチング・モデルを解説する。第Ⅲ節では，需給の相互作用を記述するための基本モデルを提示する。

第Ⅳ節では，基本モデルを発展させ，様々な追加条件を分析する。第Ⅴ節では，結論を与える。

II マッチング・モデル

本節では，需給のマッチング・モデルを提示し，消費者の製品の質に対する選好と購入の意思決定の関係を考察する。消費者は市場に赴き，様々な製品を探索し，もしも製品が気に入れば購入し，もしも気に入らなければ購入しない。時間または予算の制約が尽き，消費者が市場から退出するところで，１サイクルが終わる。簡単化のために，一つの企業は一つの製品しか供給しないと仮定する。モデルのタイミングは第１図参照のこと。

基本的な諸定義は次のように与えられる。

n 種類の製品：$i=1, \ldots, n$

製品 i の品質：x_i；$0 \leq x_i$

１期間中において消費者が市場で製品 i を発見する確率：p_i

消費者が製品 i を発見した場合，購入する確率：q_i

消費者の品質に対する選好の強さ：y；$0 \leq y$

選好 y の消費者が製品 i を購入することの効用：$U_i = U(x_i | y)$；$\partial U_i / \partial x_i > 0$

選好 y の消費者が製品 i を購入することの費用：$C_i = C(x_i | y)$；$\partial C_i / \partial x_i > 0$

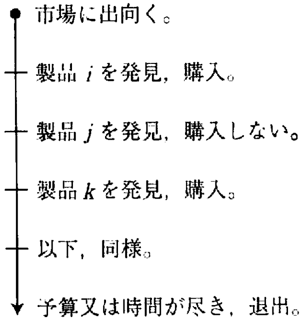
効用を費用で割った製品 i の単位効用：$W_i = W(x_i | y) = U_i / C_i$

消費者は，n 種類の製品について，実際にそれらを店頭で発見した場合，購入するべきかどうかを定めた確率の組（$q_1, \ldots, q_n$）を決定する。期待値の演算子を E とし，消費者が製品 i を発見し，購入する場合の期待単位効用は次のようになる。

$$EW(q_1, \ldots, q_n) = \frac{\sum_i p_i q_i U_i}{\sum_i p_i q_i C_i} \qquad (1)$$

上式の分子は期待効用，分母は期待費用を表す。期待単位効用を最大にするような購入確率の組み合わせ（$q_i^*, \ldots, q_n^*$）を調べるために，期待単位効用

第1図　1サイクルのタイミング



の q_k に関する偏微分を考えると，次のようになる。

$$\frac{\partial EW}{\partial q_k}=\frac{p_kC_k}{\sum_i p_iq_iC_i}\left(\frac{U_k}{C_k}-EW\right) \tag{2}$$

q_k は範囲 [0, 1] の確率なので，製品 k の単位効用 U_k/C_k が期待単位効用 EW よりも大きければ，消費者は製品 k を購入する。その逆も真である。便宜的に，$U_1/C_1>U_2/C_2>\cdots>U_n/C_n$ とすると，$U_k/C_k>EW(q_1^*, \ldots, q_n^*)>U_{k+1}/C_{k+1}$ であるような k に関して，$q_k^*=1$，$q_{k+1}^*=0$ となる。

さて，ここで，製品 i の品質が上がればその単位効用も向上すること，つまり $\partial W_i/\partial x_i>0$ を考えよう。$W_i=U_i/C_i$ であるから，この条件は次の不等式に置き換えることができる。

$$\frac{\partial U_i/\partial x_i}{U_i/x_i}\Big/\frac{\partial C_i/\partial x_i}{C_i/x_i}>1 \tag{3}$$

上式の左辺は，効用の費用に対する弾力性を表し，その値が弾力的（1よりも大きい）ならば，単位効用は製品の品質の増加関数であることが判る。パラメータ y は消費者の製品の品質に対する選好の強さを表すので，上の弾力性が y の増加関数であること，あるいは $\partial^2 W_i/\partial x_i\partial y>0$ であることを仮定しよう。その結果，十分に高い y^* に対して，$\partial W_i/\partial x_i>0$ が成り立つ。例えば，効用を $U_i(x|y)=x_i^y$，費用を $C_i(x|y)=cx_i$ とおくと，その単位効用の弾力性が 1

であるための条件は $y^{*}>1$ となる。以上から，次のような結論が得られる。

命題1：製品の品質を重視する消費者が市場である水準以上の品質の製品を発見すると，その消費者はその製品を必ず購入する。他方で，ある水準以下の品質の製品を発見すると，その消費者はその製品を決して買わない。

以上の命題を敷衍して，その動学的プロセスを考察しよう。消費者には高い品質を好む選好があるために，高い品質の製品は購入されるが，低い品質の製品は購入されない。高い品質を供給する企業は市場競争を生き残ることができ，より一層高い品質の製品を開発するように努力するだろう。また，低い品質しか供給できない企業は市場競争を生き残ることができず，その製品は市場から淘汰されていく。こうして，製品の質は不断に高まっていき，消費者の要求水準も同時に高まっていく。このように，消費者の選好と製品の品質が共進化することをランナウェイ効果と呼ぼう。ランナウェイ効果は第2図参照のこと。次節では，このような需給の相互作用を分析するためのモデルを考察しよう。

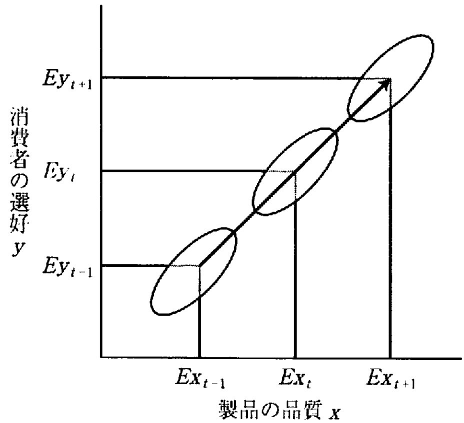
III ダイナミック・モデルI

本節では，需給の相互作用を記述するためのモデルを提示する。先ず，製品の品質 x と消費者の選好 y の集団平均値の動学を表す基本方程式を説明し，次に品質 x の製品を提供する企業の生存率を考慮に入れたモデルの力学系を考察する。

1 基本方程式

ここでは，製品の品質 x と消費者の選好 y をランダムな変数とみなし，それらの平均値 E_x と E_y がどのように変化していくかを表す基本方程式を説明する。先ず，前節の定義に追加して，変数を次のように定義する。分散を表す演算子を V として，x の分散を V_x，y の分散を V_y，x と y の共分散を R とする。また，品質 x の製品を提供する企業の生存率を S_x，選好 y を持った消費

第２図　ランナウェイ効果



者の欲求の充足率（従って購買活動の継続率）を D_y とする。この時，平均値 E_x と E_y の動学的変化は分散 V_x，V_y と共分散 R を用いて，次の基本方程式で表すことができる。

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}E_x\\E_y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}V_x & R\\R & V_y\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\partial\log S_x/\partial x\\\partial\log D_y/\partial y\end{pmatrix}_{x=Ex,\ y=Ey} \tag{4}$$

この式は２つの形態に関する相加遺伝値の動態に関する基本方程式と同型で，集団遺伝学の分野ではよく知られている（cf. Lande [1981], Iwasa et al. [1991]）。導出の詳細は APPENDIX I に譲る。

2　企業の生存率を考慮に入れたダイナミック・モデル

ここでは，品質 x の製品を提供する企業の生存率を考慮に入れたダイナミック・モデルを考察しよう。先ず，第II節のモデルの結論を敷衍させると，製品の品質 x と消費者の選好 y が高いほど，企業の生存率 S_x は高いはずである。生存力を x と y の積で表し，生存力が強いほど，企業の生存率は指数関数的に増大すると仮定する。他方で，ここでは，購買活動の継続率は一定と考える。以下用いる a，b，c，d，k，l 等はパラメータである。以上をまとめる

と，次式のようになる[4]。

$$
\left.\begin{aligned}
S_x &= ke^{axE_y}\\
D_y &= l
\end{aligned}\right\} \qquad (5)
$$

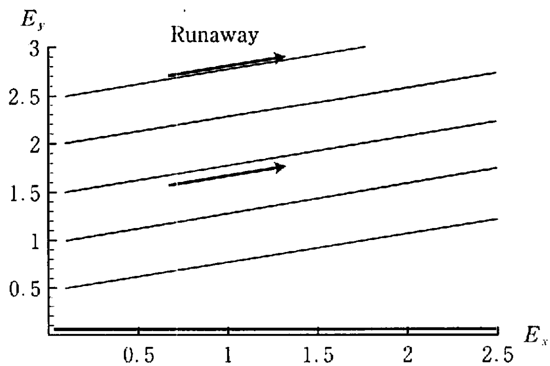
(5)式を(4)式に代入すると，次式を得る。

$$
\left.\begin{aligned}
dE_x/dt &= aV_xE_y\\
dE_y/dt &= aRE_y
\end{aligned}\right\} \qquad (6)
$$

この均衡点は $E_y=0$ の x 軸である。また，均衡点は不安定であり，第一象限では，E_x と E_y は際限なく発散する。第3図参照のこと。また，均衡の解析は APPENDIX II を参照のこと。従って，均衡からの発散過程としてランナウェイ効果を解釈することは可能である。しかし，実際に消費者の選好と製品の品質が際限なく進化することは考えにくい。この奇妙な結論は，企業の生存率 S_x が製品の品質 x の増加に伴い指数関数的に増加するという仮定から来ている。

そこで，次に，製品の品質 x を増大させるための費用を考えてみる。企業が製品の品質を増大させるには莫大な研究開発費が必要であるし，その費用負

第3図 不安定発散型ランナウェイ
($a=0.5$, $V_x=0.2$, $R=0.06$)



4) 加えて，$0\leq S_x\leq 1$, $0\leq D_y\leq 1$ という条件を付ける必要があるが，ここでは簡単化のため，それらの条件を捨象して分析を進める。

担は企業の財務を圧迫し，時として倒産に追い込むことすらある。ここでは，費用の効果を製品の品質 x の二乗で表すと，次のような式を得る。

$$S_x = ke^{axE_y}e^{-bx^2}$$
$$D_y = l \tag{7}$$

(7)式を(4)式に代入すると，次式を得る。

$$dE_x/dt = V_x(aE_y - 2bE_x)$$
$$dE_y/dt = R(aE_y - 2bE_x) \tag{8}$$

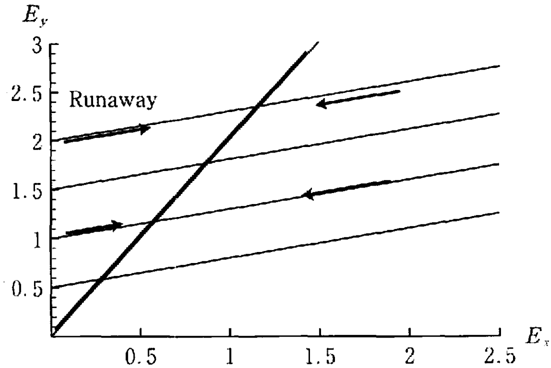
この均衡点は直線 $E_y=(2b/a)E_x$ である。また，均衡点の安定性はパラメータ条件に依存し，$a/2b<V_x/R$ ならば均衡点は安定的であり，他方で $a/2b>V_x/R$ ならば均衡点は不安定的である。第4図は均衡点が安定的な場合を図示している。パラメータ b は製品の品質 x を増大させるための費用を表すから，費用が十分高ければ，製品の品質 x と消費者の選好 y が共進化していき，やがて安定するという動学的経路が存在する。このケースを安定均衡への収束過程としてのランナウェイ効果と解釈できる[5]。均衡の解析は APPENDIX II を参照のこと。以上から，次のような結論が得られる。

命題2：品質 x の製品を提供する企業の生存率を考えると，(1) 品質 x と選好 y の相互作用よって企業の生存率が高まる効果と (2) 品質 x を高めるための費用によって企業の生存率が低まる効果がある。どちらか一方の効果だけでは，品質 x と選好 y が共進化し，やがて安定状態に到達するランナウェイ効果を説明できない。他方で，両方の効果を考慮に入れれば，安定均衡への収束過程としてのランナウェイ効果を説明できる。

安定均衡への収束過程としてランナウェイ効果を説明するためには，品質 x と選好 y の相互作用だけでは不十分で，品質 x を高めるための費用を考慮に

5) 品質 x を高める費用を表すのに，2次関数の代わりに他の高次関数を仮定することも出来よう。例えば，4次関数を仮定する場合，均衡点は $E_y=(4b/a)E_x^3$ となり，x と y が小さい場合には不安定な均衡点，x と y が大きい場合には安定な均衡点となる。

第4図 安定収束型ランナウェイ
($a=b=0.5$, $V_x=0.2$, $R=0.06$)



入れなければならないことがポイントである。ただし，本節の分析では，消費者の欲求の充足率を考慮に入れていなかったので，次節ではそれを考慮に入れることにしよう。

IV ダイナミック・モデルII

本節では，前節では考慮に入れなかった消費者の欲求の充足率を考慮に入れた均衡点の動学的安定性を考察する。

1 消費者の充足率を考慮に入れたダイナミック・モデル

品質の選好 y を持った消費者の欲求の充足率を一定とみなすことには問題がある。例えば，非常に高い品質の選好を持った消費者は，早すぎた予言者のように欲求を充足できずに終わってしまうことがある。高すぎる選好 y を持った消費者の欲求の充足率がかえって減少すること（例えば $-y^2$）を考慮に入れると，次式を得る。

$$S_x = ke^{axEy}e^{-bx^2}$$
$$D_y = le^{-cy^2} \qquad (9)$$

(9)式を(4)式に代入すると，次式を得る。

$$\begin{aligned} dE_x/dt &= V_x(aE_y-2bE_x)-2cRE_y \\ dE_y/dt &= R(aE_y-2bE_x)-2cV_yE_y \end{aligned} \tag{10}$$

この均衡点は原点である。何故ならば，$dE_x/dt=0$ かつ $dE_y/dt=0$ として両式を解くと，$(V_xV_y-R^2)Ey=0$ が得られる。分散と共分散の関係から，常に $V_xV_y-R^2>0$ であるから $E_y=0$ である。同様に，$E_x=0$ である。また，均衡点の安定性を調べると，均衡以外の点（E_x, E_y）は直線 $aE_y-2bE_x=0$ に沿いながら，必ず均衡点に収束していくことが判る。第5図参照のこと。均衡の解析は APPENDIX II を参照のこと。従って，安定均衡までの収束過程の一時的不均衡な現象としてランナウェイ効果を解釈することはできるが，そのようなランナウェイ効果は長期間持続しない。そのような軌道の一例が第6図に掲載されている。製品の品質 E_x と消費者の選好 E_y も最初のごく僅かの時間だけ共に増加するが，やがて反転し，最終的にゼロに収束していく[6]。以上から，次のような結論が得られる。

命題3：もしも高い品質に対する選好を持った消費者の充足率が低下する可能性を考慮に入れると，ランナウェイ効果は消失する。せいぜい，ごく一時的な不均衡過程としてしか，ランナウェイ効果は発生しない。

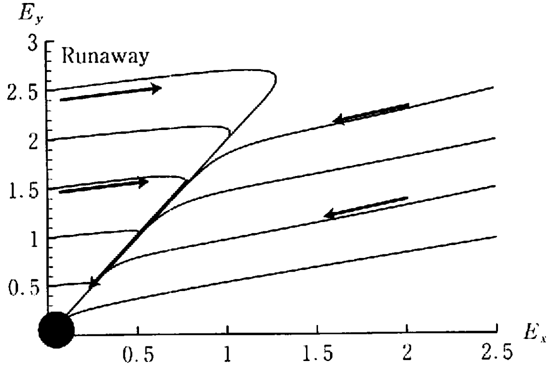
2　ランナウェイ効果を回復するケース

高すぎる選好 y を持った消費者の欲求の充足率がかえって減少することを考慮に入れると，進化的に安定なランナウェイ効果が消失することが判った。しかし，現実には数少ないながら，ランナウェイ効果として解釈可能な新技術・新サービスの成功例が存在する。そこで，どのような条件を付加すれば，ランナウェイ効果を回復できるのかを考察しよう。

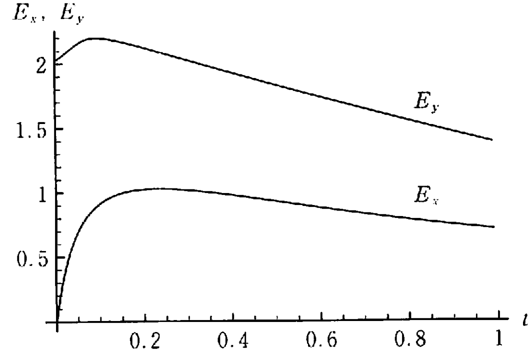
第一の発展は，たとえ彼らに見合うような品質の製品が見つからなくても，高すぎる選好 y を持つことそれ自体によって彼らの充足が高まるような消費者

6)　この結論は非常に頑健で，$D_u=le^{-cu^2}$ を仮定する限り，S_x の関数形に関らず，この微分方程式システムの解は必ず $E_y=0$ になる。

第5図 一時不均衡型ランナウェイ
($a=b=0.5$, $c=0.0125$, $V_x=V_y=0.2$, $R=0.06$)



第6図 第5図の軌道の一例
($E_x(t=0)=0$, $E_y(t=0)=2$)



を仮定することである。このようなタイプの消費者は，他人と異なる選好を持つこと自体から効用を得るパワーユーザーを表していると考えられる。自らの選好 y と集団平均の選好 E_y の差が消費者の充足率を高める効果を考慮に入れると，次式を得る。

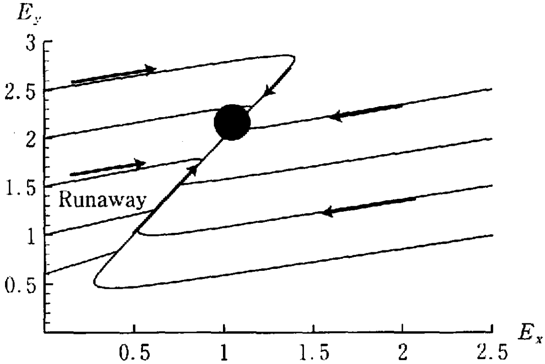
$$S_x = ke^{axEy}e^{-bx^2}$$
$$D_y = le^{-cy^2}e^{d(y-Ey)} \tag{11}$$

(11)式を(4)式に代入すると，次式を得る。

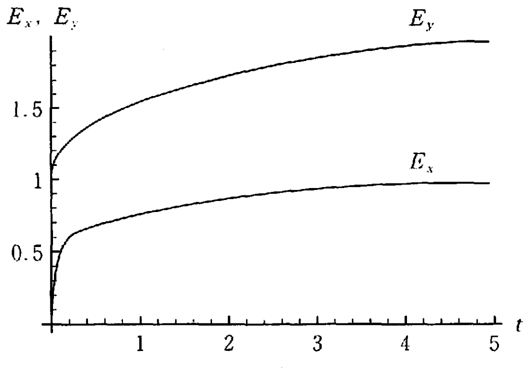
$$dE_x/dt = V_x(aE_y - 2bE_x) + R(d - 2cE_y)$$
$$dE_y/dt = R(aE_y - 2bE_x) + V_y(d - 2cE_y) \tag{12}$$

この均衡点は第一象限上の点 $(E_x = ab/4bc,\ E_y = d/2c)$ である。また，均衡点は安定的であり，製品の品質 x と消費者の選好 y が共進化していき，やがて均衡に収束するという動学的経路が存在する。第7図参照のこと。そのような軌道の一例が第8図に掲載されている。製品の品質 E_x と消費者の選好 E_y も共に増加し，やがて減速し，最終的に均衡水準に収束していく。

第7図　安定収束型ランナウェイ
$(a=b=0.5,\ c=0.0125,\ d=0.05,\ V_x=V_y=0.2,\ R=0.06)$



第8図　第7図の軌道の一例
$(E_x(t=0)=0,\ E_y(t=0)=1)$



第二の発展は，製品の品質 x の発展が企業の生存率に負のバイアスを持つことを仮定することである。企業は製品の品質 x を向上させるように努力するが，新製品が消費者の支持を得られないと，かえって消費者の製品離れを起こし，企業の存続に負の影響を与えることが往々にしてある。このような負のバイアス $-u$ を考慮に入れると，次式を得る（cf. Pomiankowski et al. [1991]）。

$$\begin{aligned} dE_x/dt &= V_x(aE_y - 2bE_x) - 2cRE_y - u \\ dE_y/dt &= R(aE_y - 2bE_x) - 2cV_yE_y \end{aligned} \tag{13}$$

この均衡点は点 $[E_x = u(aR - 2cV_y)/4bc(V_xV_y - R^2),\ E_y = (u/2c)R/(V_xV_y - R^2)]$ である。ここで、常に $E_y > 0$，また $a/2c > V_y/R$ ならば $E_x > 0$ である。さらに，均衡点は安定的であり，$a/2c > V_y/R$ ならば，製品の品質 x と消費者の選好 y が共進化していき，やがて均衡点に収束するという第7図および第8図同様の動学的経路が存在する。以上から，次のような結論が得られる。

命題4：高すぎる選好から効用を得るパワーユーザーや製品の品質向上の企業の生存率に対する負のバイアス効果が存在すれば，安定均衡への収束過程としてランナウェイ効果を解釈できる。

V 結　　論

本論文では，需給の相互作用による新技術や新サービスの普及プロセスを集団遺伝学のフレームワークを用いて説明した。特に，2つ以上の形態が相互作用しながら共進化していくプロセス，いわゆるランナウェイ効果がどのような条件の下で成立するかを分析した。以上の結論を表にまとめれば，第1表のようになる。

企業の生存率のみを考慮に入れた場合、ランナウェイ効果を安定均衡への収束過程として説明することは容易である。しかし，一度，消費者の充足率を考慮に入れると，ランナウェイ効果を安定均衡への収束過程として説明することは困難になる。せいぜい一時的な不均衡過程としてしか解釈できない。この結

第1表　ランナウェイ効果の諸相

モデルの要素	ランナウェイ効果
企業生存率 ・品質と選好の相互作用	不安定な発散過程
企業生存率 ・品質と選好の相互作用　・品質を高める費用	安定な収束過程
企業生存率 ・品質と選好の相互作用　・品質を高める費用 消費者充足率 ・高すぎる選好の悲劇	一時的な不均衡過程
企業生存率 ・品質と選好の相互作用　・品質を高める費用 消費者充足率 ・高すぎる選好の悲劇　・パワーユーザー	安定な収束過程
企業生存率 ・品質と選好の相互作用　・品質を高める費用　・負のバイアス 消費者充足率 ・高すぎる選好の悲劇	安定な収束過程

論は，多くの新技術や新サービスがなかなか立上がり問題を克服できなかったことをよく説明している。幾つかの付加的条件，例えばパワーユーザーや負のバイアスのもとでは，ランナウェイ効果を安定均衡への収束過程として解釈することが可能になる。

以上から，新技術や新サービスのランナウェイ効果に関して，次のような一般的結論を得ることができた。製品の品質と消費者の選好が共進化していくというランナウェイ効果には幾つかのタイプがある。安定均衡への収束過程としてのランナウェイ効果には幾つかの条件がなければ実現困難である。現実に観察されるランナウェイ効果がいずれのタイプに属するものであるか，実証的に考察することが今後の課題である。

APPENDIX I 基本方程式の導出

基本方程式(4)は以下のように導出される。先ず，次のように定義する。

ある期に選好 y の消費者が発見する品質 x の製品数：n_{xy}

ある期に消費者が発見する製品の全個数：$N=\sum\sum_{x,y} n_{xy}$

製品の品質の平均値：$E_x=\sum\sum_{x,y} x n_{xy}/N$

製品の品質の分散：$V_x=\sum\sum_{x,y}(x-E_x)^2 n_{xy}/N$

次期に生き残った製品の品質の平均値：$E_{x,+1}=\sum\sum_{x,y} xWn_{xy}/\sum\sum_{x,y} Wn_{xy}$

ここで，製品の適応度を $W(x,\ y)$ とする。そのとき，平均品質 E_x の変化は，次のように表される。

$$
\begin{aligned}
\Delta E_x &= E_{x,+1}-E_x\\
&=\sum\sum_{x,y} xW(x,\ y)n_{xy}/\sum\sum_{x,y} W(x,\ y)n_{xy}-\sum\sum_{x,y} xn_{xy}/N\\
&=[\sum\sum_{x,y} xW(x,\ y)n_{xy}/N-(\sum\sum_{x,y} xn_{xy}/N)(\sum\sum_{x,y} W(x,\ y)n_{xy}/N)]\\
&\quad /(\sum\sum_{x,y} W(x,\ y)n_{xy}/N)\\
&=\mathrm{Cov}(x,\ W(x,\ y))/E(W(x,\ y))
\end{aligned}
$$

ただし，Cov は共分散，E は平均値を表す。次に，$W(x,\ y)$ を平均値 $(E_x,\ E_y)$ に関して一次近似すると，次式を得る。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Cov}(x,\ W(x,\ y)) &= \mathrm{Cov}(x,\ W(E_x,\ E_y)+\partial W(x,\ y)/\partial x(x-E_x)+\partial W(x,\ y)/\partial y(y-E_y))\\
&= W(E_x,\ E_y)\mathrm{Cov}(x,\ 1)+(\partial W(x,\ y)/\partial x)\mathrm{Cov}(x,\ x-E_x)\\
&\quad +(\partial W(x,\ y)/\partial y)\mathrm{Cov}(x,\ y-E_y)\\
&= V_x(\partial W(x,\ y)/\partial x)+R(\partial W(x,\ y)/\partial y)
\end{aligned}
$$

$(\because \mathrm{Cov}(x,\ 1)=0,\ \mathrm{Cov}(x,\ x-E_x)=V_x,\ \mathrm{Cov}(x,\ y-E_y)=R)$

また，$E(W(x,\ y))$ を平均値 $(E_x,\ E_y)$ に関して一次近似すると，次式を得る。

$$
\begin{aligned}
E(W(x,\ y)) &= E(W(E_x,\ E_y)+(\partial W(x,\ y)/\partial x)(x-E_x)+(\partial W(x,\ y)/\partial y)(y-E_y))\\
&= W(E_x,\ E_y)+(\partial W(x,\ y)/\partial x)E(x-E_x)+(\partial W(x,\ y)/\partial y)E(y-E_y)\\
&= W(E_x,\ E_y)
\end{aligned}
$$

$(\because E(x-E_x)=E(y-E_y)=0)$

以上から，平均品質の変化に関して次式を得る。

$$
\begin{aligned}
\Delta E_x &= \mathrm{Cov}(x,\ W(x,\ y))/E(W(x,\ y))\\
&= [V_x(\partial W(x,\ y)/\partial x)+R(\partial W(x,\ y)/\partial y)]/W(E_x,\ E_y)
\end{aligned}
$$

$$= V_x(\partial \log W(x,\ y)/\partial x) + R(\partial \log W(x,\ y)/\partial y)|_{x=Ex,\ y=Ey}$$

同様に，平均選好の変化に関して次式を得る。

$$\Delta E_y = R(\partial \log W(x,\ y)/\partial x) + V_y(\partial \log W(x,\ y)/\partial y)|_{x=Ex,\ y=Ey}$$

論文では，製品の適応度を $S_x(x)$，選好の適応度を $D_y(y)$ と定義し，$W(x,y)=S_x(x)+D_y(y)$ と仮定している。

APPENDIX II 均衡の解析

方程式(5)を表す行列 $\begin{pmatrix} 0 & aV_x \\ 0 & aR \end{pmatrix}$ の固有値は $\{0,\ aR\}$ である。$aR>0$ であるから，均衡は不安定である。方程式(8)を表す行列 $\begin{pmatrix} -2bV_x & aV_x \\ -2bR & aR \end{pmatrix}$ の固有値は $\{0,\ aR-2bVx\}$ である。従って，$aR-2bVx<0$ であるならば均衡は安定であり，$aR-2bVx>0$ であるならば均衡は不安定である。方程式(10)を表す行列 $\begin{pmatrix} -2bV_x & aV_x-2cR \\ -2bR & aR-2cV_y \end{pmatrix}$ の固有値は
$\frac{1}{2}\left(aR-2bV_x-2cV_y \pm \sqrt{(aR-2bV_x-2cV_y)^2+16bc(V_xV_y-R^2)}\right)$ である。固有値の符号はパラメータによるが，$V_xV_y-R^2>0$ なので根号の中の符号は正である。さらに，第7図で用いたように $a=b=0.5$，$c=0.0125$，$d=0.05$，$V_x=V_y=0.2$，$R=0.06$ の場合，固有値は $\{-0.169636,\ -0.00536444\}$ であり，均衡は安定である。方程式(12)(13)の均衡も同様である。

参照文献

Andersen, B. [2001] *Technological Change and the Evolution of Corporate Innovation*, Edward Elgar.

Anderson, E. S. [1994] *Evolutionary Economics: Post Schmperiterian Contributions*, Pinter.

Antonelli, G. and N. De Liso (eds.) [1997] *Economics of Structural and Technological Change*, Routledge.

Bulmer, M. G. [1985] *The Mathematical Theory of Quantitative Genetics*, Oxford University Press.

Dosi, G., C. Freeman, R. Nelson, G. Silverberg and L. Soete [1988] *Technical Change and Economic Theory*, Pinter.

Dosi, G. [2000] *Innovation, Organization and Economic Dynamics*, Edward Elgar.

Falconer, D. S. [1981] *Introduction to Quantitative Genetics*, Longman.

Fisher, R. A. [1915] "The Evolution of Sexual Preferences," *Eugenics Review*, 7, pp. 184-192.

Freeman, C. [1982] *The Economics of Industrial Innovation*, Frances Printer.

Grupp, H. [1998] *Foundations of the Economics of Innovation : Theory, Measurement and Practice*, Edward Elgar.

Gvalli-Sfoorza, L. L. and M. W. Feldman [1981] *Cultural Transmission and Evolution : A Quantitative Approach*, Princeton University Press.

Hodgson, G. M. [1994] *Economics and Evolution*, Polity Press.

Iwasa, Y., A. Pomiankowski and S. Nee [1991] "The Evolution of Costly Mate Preference II," *Evolution*, 45, pp. 1431-1442.

Kirkpatrick, M. [1985] "Evolution of Female Choice and Male Parental Investment in Polygynous Species : the Demise of the 'Sexy Son'," *The American Naturalist*, 125, pp. 788-810.

——— [1986] "The Handicap Mechanism of Sexual Selection Does Not Work," *The American Naturalist*, 127, pp. 222-240.

Lande, R. [1981] "Models of Speciation by Sexual Selection on Polygenic Traits," *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A.*, 78, pp. 3721-3725.

Mayr, E. [1959] "Typological versus Population Thinking," reprinted in E. Mayr [1976] *Evolution and the Diversity of Life : Selected Essays*, Belknap Press.

Metcalfe, J. S. [1998] *Evolutionary Economics and Creative Destruction*, Routledge.

Nelson, R. and S. Winter [1984] *An Evolutionary Theory of Economic Change*, Harvard University Press.

Pomiankowski, A., Y. Iwasa and S. Nee [1991] "The Evolution of Costly Mate Preference I," *Evolution*, 45, pp. 1422-1430.

Rohlfs, J. H. [2001] *Bandwagon Effects in High-Technology Industries*, The MIT Press.

Sundbo, J. [1998] *The Theory of Innovation : Entrepreneurs, Technology and Strategy*, Edward Elgar.

Witt, U. [1993] *Evolutionary Economics*, Edward Elgar.